

**АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ ПОЛУЧЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ
ИНДУКТОРНОГО ДВИГАТЕЛЯ ДВОЙНОГО ПИТАНИЯ ДЛЯ СХЕМЫ
СОЕДИНЕНИЯ «ЗВЕЗДА БЕЗ ОБЩЕГО ПРОВОДА» ПРИ РАЗЛИЧНОМ
ЧИСЛЕ ФАЗ ОБМОТОК**

Липунова С.Ю.

научный руководитель д-р техн. наук Броннов С. А.

Сибирский федеральный университет

Индукторные двигатели двойного питания (ИДДП) являются двигателями с электромагнитной редукцией. На статоре ИДДП размещены две многофазные обмотки, взаимодействие между которыми осуществляется за счёт модуляции магнитной проводимости воздушного зазора зубцами статора и ротора. Условием создания вращающего момента является взаимодействие основной гармоники магнитной индукции одной из обмоток с той или иной зубцовой гармоникой магнитной индукции другой обмотки, что возможно при равенстве их чисел пар полюсов.

Благодаря сочетанию принципов электромагнитной редукции и двойного питания, ИДДП обладают рядом преимуществ перед другими двигателями.

За счёт принципа электромагнитной редукции, реализуемого с помощью явно выраженной зубчатости ротора и статора, электромагнитный момент двигателя увеличивается в десятки раз, а за счёт принципа двойного питания, реализуемого размещением на статоре двух многофазных обмоток, питаемых переменным током, обеспечивается равномерное вращение с как угодно малыми скоростями ротора при сравнительно высоких частотах питания.

В целом это позволяет перейти к безредукторным электроприводам, в которых механический редуктор отсутствует. В результате значительно уменьшаются или полностью исчезают все погрешности, вносимые редуктором, а также повышается надёжность электропривода из-за исчезновения большого числа вращающихся и трущихся механических частей.

Для более детального изучения данного двигателя и его характеристик получают математические модели в различных системах моделирования электроприводов. Например, в таких системах как Simulink используются уже готовые, простые математические модели, полученные вручную. Они применимы для малого количества фаз и простых режимов работы преимущественно для симметричных двигателей.

Но при большом количестве фаз и несимметрии математические модели усложняются, и применять готовые модели или получать новые вручную становится невозможно. Поэтому целесообразно использовать автоматизированный процесс получения математических моделей. При этом нужно иметь возможность задавать любое количество фаз для обмоток двигателя, а также учитывать его электрическую и геометрическую симметрию или несимметрию. Данная задача может быть решена при помощи программы MathCAD, имеющий мощный символьный процессор.

В научно-учебной лаборатории систем автоматизированного проектирования (НУЛ САПР) Института космических и информационных технологий (ИКИТ) Сибирского федерального университета (СФУ) разрабатываются алгоритмы символьных выкладок для последующей автоматизации получения символьных моделей применительно к индукторному двигателю двойного питания (ИДДП).

Обычно ИДДП проектируют в двумя обмотками на статоре с одинаковым числом фаз — двухфазные или трёхфазные. Отдельный интерес представляет возможность

исполнения ИДПП в многофазном варианте — с числом фаз, большим трёх и с различным числом фаз в обмотках.

Увеличение числа фаз приводит к ряду положительных эффектов: уменьшается нагрузка на один силовой ключ инвертора (в частности, уменьшается вероятность выхода его из строя, уменьшаются габариты радиатора или он вообще оказывается не нужен в маломощных электроприводах); увеличивается равномерность вращения ротора при импульсной форме питающего напряжения; сохраняется работоспособность при обрыве одной фазы; появляется возможность симметрирования двигателя при обрыве одной фазы за счёт принудительного отключения других фаз.

Для асинхронных двигателей, например, характерным является одинаковое количество фаз обмоток статора и ротора, так как асинхронные двигатели исполняются в короткозамкнутом исполнении, что позволяет сделать многофазной только одну (статорную) обмотку.

ИДПП имеет некоторые преимущества по сравнению с асинхронными двигателями, так как имеет все обмотки на статоре, поэтому их можно намотать с различным числом фаз.

Это дает ряд дополнительных возможностей. Например, одну обмотку можно сделать сравнительно маломощной, с небольшим числом фаз (две или три) и уменьшить токовую нагрузку на соответствующие инверторы. А вторую обмотку сделать более мощной и многофазной, тогда использование многих фаз также даст уменьшение установленной мощности каждого ключа инвертора.

Ниже в качестве примера рассмотрено автоматизированное преобразование с помощью программы MathCAD математической модели ИДПП с отдельным подключением обмоток к источнику питания в схему соединения «звезда без общего провода» при условии, что одна обмотка имеет три фазы, а другая — девять фаз.

Для преобразования системы с отдельным подключением обмоток к схеме соединения «звезда без общего провода» необходимо выбрать в обмотках зависимые контуры. Для удобства выбирают контуры с фазами 1а и 2а (рисунок 1):

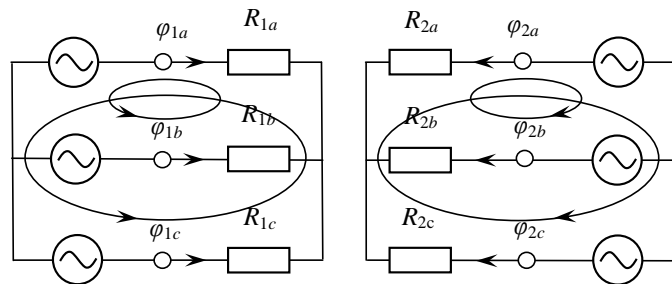


Рисунок 1 — Выбор зависимых контуров обмоток

Таким образом, токи для фаз 1а и 2а следующим образом:

$$i_{1a} = -i_{1b} - i_{1c}, \quad i_{2a} = -i_{2b} - i_{2c}.$$

Математическая модель ИДПП для схемы соединения «звезда без общего провода» имеет следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\bar{\Psi}_Y}{dt} &= -\mathbf{R}_Y \bar{\mathbf{i}}_Y + \bar{\Phi}_Y; \\ \bar{\Psi}_Y &= \mathbf{L}_Y \bar{\mathbf{i}}_Y; \\ M_Y &= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial}{\partial \theta_r} \mathbf{L}_Y \cdot \bar{\mathbf{i}}_Y \right]^T \bar{\mathbf{i}}_Y. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Чтобы получить эту модель из модели с отдельным подключением обмоток, необходимо получить новые сопротивления, индуктивности, токи, потокосцепления и потенциалы (1) с помощью матриц преобразования Π_{IY} , Π_{SY} . Данные матрицы связаны между собой выражением:

$$\Pi_{IY} = -1 \cdot \Pi_{SY}^T$$

В программе MathCAD для различного значения числа фаз обмоток данные матрицы можно получить следующим образом:

$$\Pi_{S1Y2Y} := \text{stack} \left(\text{augment} \left(\Pi_{S1Y}, \text{MPlen}(m_1 - 1, m_2, 0) \right), \text{augment} \left(\text{MPlen}(m_2 - 1, m_1, 0), \Pi_{S2Y} \right) \right) \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Pi_{I1Y2Y} := -1 \cdot \Pi_{S1Y2Y}^T \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

А сама математическая модель приобретает довольно сложный вид. Например, выражение для потокосцепления:

$$d\Psi_{YY} := -R_Y I_Y + \Phi_Y \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 2 \cdot R_1 \cdot i_{1.1Y} + R_1 \cdot i_{1.2Y} + \phi_{1.1Y} \\ R_1 \cdot i_{1.1Y} + 2 \cdot R_1 \cdot i_{1.2Y} + \phi_{1.2Y} \\ 2 \cdot R_2 \cdot i_{2.1Y} + R_2 \cdot i_{2.2Y} + R_2 \cdot i_{2.3Y} + R_2 \cdot i_{2.4Y} + R_2 \cdot i_{2.5Y} + R_2 \cdot i_{2.6Y} + R_2 \cdot i_{2.7Y} + R_2 \cdot i_{2.8Y} + \phi_{2.1Y} \\ R_2 \cdot i_{2.1Y} + 2 \cdot R_2 \cdot i_{2.2Y} + R_2 \cdot i_{2.3Y} + R_2 \cdot i_{2.4Y} + R_2 \cdot i_{2.5Y} + R_2 \cdot i_{2.6Y} + R_2 \cdot i_{2.7Y} + R_2 \cdot i_{2.8Y} + \phi_{2.2Y} \\ R_2 \cdot i_{2.1Y} + R_2 \cdot i_{2.2Y} + 2 \cdot R_2 \cdot i_{2.3Y} + R_2 \cdot i_{2.4Y} + R_2 \cdot i_{2.5Y} + R_2 \cdot i_{2.6Y} + R_2 \cdot i_{2.7Y} + R_2 \cdot i_{2.8Y} + \phi_{2.3Y} \\ R_2 \cdot i_{2.1Y} + R_2 \cdot i_{2.2Y} + R_2 \cdot i_{2.3Y} + 2 \cdot R_2 \cdot i_{2.4Y} + R_2 \cdot i_{2.5Y} + R_2 \cdot i_{2.6Y} + R_2 \cdot i_{2.7Y} + R_2 \cdot i_{2.8Y} + \phi_{2.4Y} \\ R_2 \cdot i_{2.1Y} + R_2 \cdot i_{2.2Y} + R_2 \cdot i_{2.3Y} + R_2 \cdot i_{2.4Y} + 2 \cdot R_2 \cdot i_{2.5Y} + R_2 \cdot i_{2.6Y} + R_2 \cdot i_{2.7Y} + R_2 \cdot i_{2.8Y} + \phi_{2.5Y} \\ R_2 \cdot i_{2.1Y} + R_2 \cdot i_{2.2Y} + R_2 \cdot i_{2.3Y} + R_2 \cdot i_{2.4Y} + R_2 \cdot i_{2.5Y} + 2 \cdot R_2 \cdot i_{2.6Y} + R_2 \cdot i_{2.7Y} + R_2 \cdot i_{2.8Y} + \phi_{2.6Y} \\ R_2 \cdot i_{2.1Y} + R_2 \cdot i_{2.2Y} + R_2 \cdot i_{2.3Y} + R_2 \cdot i_{2.4Y} + R_2 \cdot i_{2.5Y} + R_2 \cdot i_{2.6Y} + 2 \cdot R_2 \cdot i_{2.7Y} + R_2 \cdot i_{2.8Y} + \phi_{2.7Y} \\ R_2 \cdot i_{2.1Y} + R_2 \cdot i_{2.2Y} + R_2 \cdot i_{2.3Y} + R_2 \cdot i_{2.4Y} + R_2 \cdot i_{2.5Y} + R_2 \cdot i_{2.6Y} + R_2 \cdot i_{2.7Y} + 2 \cdot R_2 \cdot i_{2.8Y} + \phi_{2.8Y} \end{pmatrix}$$

Выражение для электромагнитного момента имеет в данном случае вид:

$$\begin{aligned}
 M_Y &:= \frac{1}{2} \cdot I_Y^T \cdot (dL_Y) \cdot I_Y \rightarrow \\
 \rightarrow & \left[\left(-i_{1.2Y} i_{2.1Y} \sin\left(\frac{2}{9} \cdot \pi\right) + \frac{3}{2} \cdot i_{1.1Y} i_{2.6Y} 3^{\frac{1}{2}} - i_{1.1Y} i_{2.8Y} \sin\left(\frac{1}{9} \cdot \pi\right) - i_{1.1Y} i_{2.4Y} \cos\left(\frac{7}{18} \cdot \pi\right) + \frac{1}{2} \cdot i_{1.1Y} i_{2.1Y} 3^{\frac{1}{2}} - i_{1.1Y} i_{2.1Y} \cos\left(\frac{1}{18} \cdot \pi\right) - \right. \right. \\
 & - i_{1.1Y} i_{2.1Y} \sin\left(\frac{2}{9} \cdot \pi\right) + \frac{1}{2} \cdot i_{1.1Y} i_{2.2Y} 3^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \cdot i_{1.2Y} i_{2.1Y} 3^{\frac{1}{2}} - i_{1.2Y} i_{2.2Y} \sin\left(\frac{1}{9} \cdot \pi\right) - \frac{3}{2} \cdot i_{1.2Y} i_{2.3Y} 3^{\frac{1}{2}} - \dots \\
 & \left. - \frac{1}{2} \cdot i_{1.2Y} i_{2.2Y} 3^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \cdot i_{1.2Y} i_{2.5Y} 3^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \cdot i_{1.1Y} i_{2.4Y} 3^{\frac{1}{2}} - i_{1.2Y} i_{2.4Y} \cos\left(\frac{7}{18} \cdot \pi\right) + \frac{1}{2} \cdot i_{1.1Y} i_{2.5Y} 3^{\frac{1}{2}} \right] \cdot \cos(\theta_r) + \\
 & + \left(\frac{3}{2} \cdot i_{1.1Y} i_{2.5Y} + {}^3 i_{1.2Y} i_{2.6Y} + \frac{3}{2} \cdot i_{1.1Y} i_{2.6Y} + \frac{3}{2} \cdot i_{1.1Y} i_{2.8Y} + \frac{3}{2} \cdot i_{1.1Y} i_{2.2Y} + {}^3 i_{1.1Y} i_{2.3Y} + \frac{3}{2} \cdot i_{1.1Y} i_{2.4Y} + \dots \right. \\
 & \left. - i_{1.1Y} i_{2.2Y} \cos\left(\frac{4}{9} \cdot \pi\right) - i_{1.2Y} i_{2.1Y} \cos\left(\frac{2}{9} \cdot \pi\right) - i_{1.2Y} i_{2.2Y} \cos\left(\frac{4}{9} \cdot \pi\right) - i_{1.1Y} i_{2.1Y} \cos\left(\frac{2}{9} \cdot \pi\right) \right) \cdot \sin(\theta_r) \cdot L_{1.2\pi}
 \end{aligned}$$

Таким образом, были разработаны и программно реализованы алгоритмы символьных преобразований с учётом особенностей символьного процессора MathCAD, которые можно использовать для получения математических моделей электрической машины с любым количеством фаз у первой и второй обмоток.

MathCAD13 позволяет получать такие модели не более чем для 11 фаз. Если требуется получать модели для большего количества фаз, то целесообразно для этих целей использовать другие системы компьютерной математики, такие как Maple, которые имеют более мощный символьный процессор.