

КРИВЫЕ ЛИНИИ И ПОВЕРХНОСТИ В ИНЖЕНЕРНОЙ ГРАФИКЕ

Долгушина Д.А.

научный руководитель ст. преподаватель Кициева В. Д.

Сибирский федеральный университет

Институт нефти и газа

Линии занимают особое положение в начертательной геометрии. Используя линии, можно создать наглядные модели многих процессов и проследить их течение во времени. Линии позволяют установить и исследовать функциональную зависимость между различными величинами. С помощью линий удаётся решать многие научные и инженерные задачи, решение которых аналитическим путём часто приводит к использованию чрезвычайно громоздкого математического аппарата. Линии широко используются при конструировании поверхностей различных технических форм.

1. КРИВЫЕ ЛИНИИ

Кривая линия – это траектория перемещающейся точки. Если кривую линию без её деформации нельзя совместить всеми точками с плоскостью, то её называют пространственной (рис. 1).

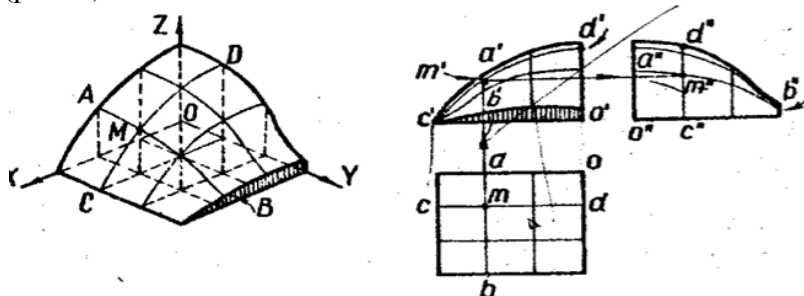


Рис. 1

Если кривая линия совмещается всеми точками с плоскостью, её называют плоской. Порядком плоской алгебраической кривой считают максимальное число точек её пересечения с прямой линией. К плоским кривым относят все кривые второго порядка. На рис. 2 показано построение этих кривых и приведены их канонические уравнения. На рисунке 2, а показано построение эллипса, на рис 2, б – параболы, на рис. 2, в – гиперболы. На рис. 2, б показан случай, когда при равных осях эллипс превращается в окружность, являющуюся геометрическим местом точек плоскости, равноудалённых от данной точки О. К кривым линиям относят также винтовые линии (рис. 3).

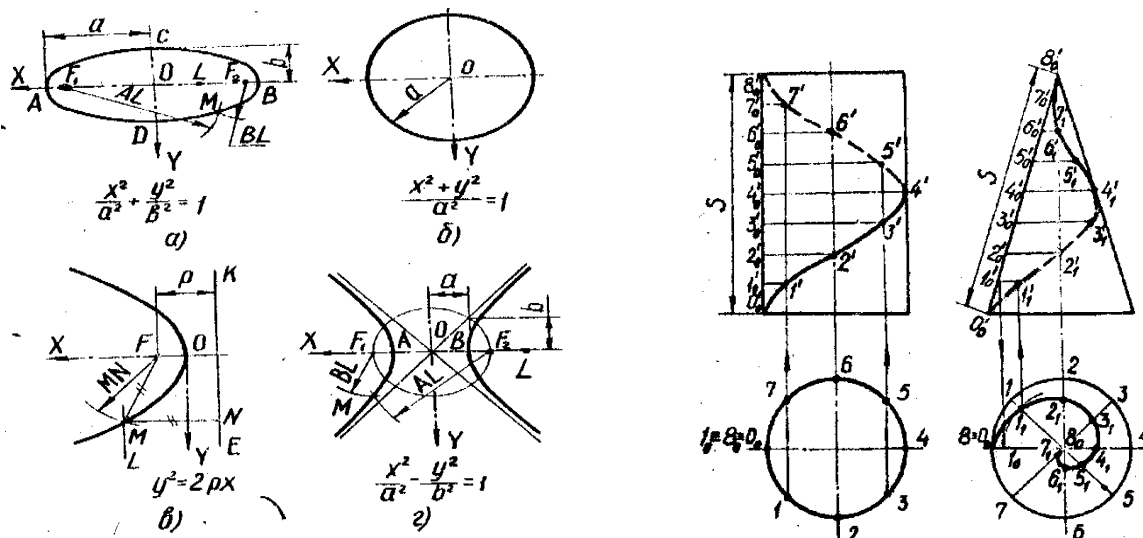


Рис. 2

Рис. 3

Винтовая линия – это траектория движения точки, равномерно перемещающейся вдоль образующей, которая равномерно вращается вокруг оси этой поверхности. Винтовую линию называют правой, если на видимой стороне поверхности она идёт слева вверх направо (рис. 3, а); в противном случае её называют левой (рис. 3, б). Расстояние S , которое проходит точка вдоль образующей за один её оборот, называют шагом винтовой линии

2. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ПОВЕРХНОСТЯХ

Поверхность – это геометрическое место линии, движущейся в пространстве по определённому закону. Эту линию называют образующей. Она может быть прямой, тогда образованную ей поверхность относят к классу линейчатых. Если образующая – кривая линия, поверхность считают нелинейчатой. Линию, по которой перемещают образующую, называют направляющей.

Определителем поверхности называют совокупность условий, задающих поверхность в пространстве. Поверхность считают заданной, если можно построить проекции любой её образующей. Одну и ту же поверхность можно образовать движением различных линий. Например, сфера образуется вращением окружности вокруг её диаметра.

Рассматриваемые ниже поверхности классифицированы следующим образом:

I. Поверхности вращения линейчатые.

1. Конус.
2. Цилиндр.
3. Однополостный гиперболоид.

II. Поверхности вращения нелинейчатые.

1. Шар.
2. Тор (круговой, параболический, эллиптический).
3. Эллипсоид (вытянутый и сжатый).
4. Двуполостный гиперболоид.
5. Параболоид.
6. Поверхность вращения общего вида.

III. Поверхности с плоскостью параллелизма.

1. Цилиндроид.
2. Коноид (геликоид).
3. Гиперболический параболоид.

IV. Поверхности, задаваемые каркасом.

Поверхности вращения линейчатые.

Все поверхности этого класса образованы вращением прямой линии вокруг другой прямой. Две прямые могут занимать относительно друг друга три различных положения. Каждому из них соответствует своя поверхность вращения

1. Конус образуют вращением прямой OD вокруг пересекающейся с ней оси Z (рис. 4, а). Координатные плоскости XOZ и YOZ пересекают конус по пересекающимся прямым OD , OE , OK и OF ; плоскость XOZ даёт в сечении точку O ; плоскость, параллельная XOY , пересекает по окружности ($DFEK$).

2. Цилиндр образуют вращением прямой ED вокруг параллельной ей оси Z (рис. 4, б). Плоскости XOZ и YOZ пересекают его по параллельным прямым ED , FK , NP , LM , а плоскость XOY и ей параллельные – по окружностям $DPKM$ и $(ENFL)$. Цилиндр применяют при образовании формы волноводов, антенн, амортизаторов приборов, зеркал лазеров, корпусов датчиков.

3. Однополостный гиперболоид образуют вращением прямой ED вокруг скрещивающейся с ней оси Z (рис. 4, в). Форму однополостного гиперболоида имеют некоторые радиомачты. Он также образует форму вибрационных питателей,

используемых в промышленной автоматике, кулачков, соединителей контактов и так далее.

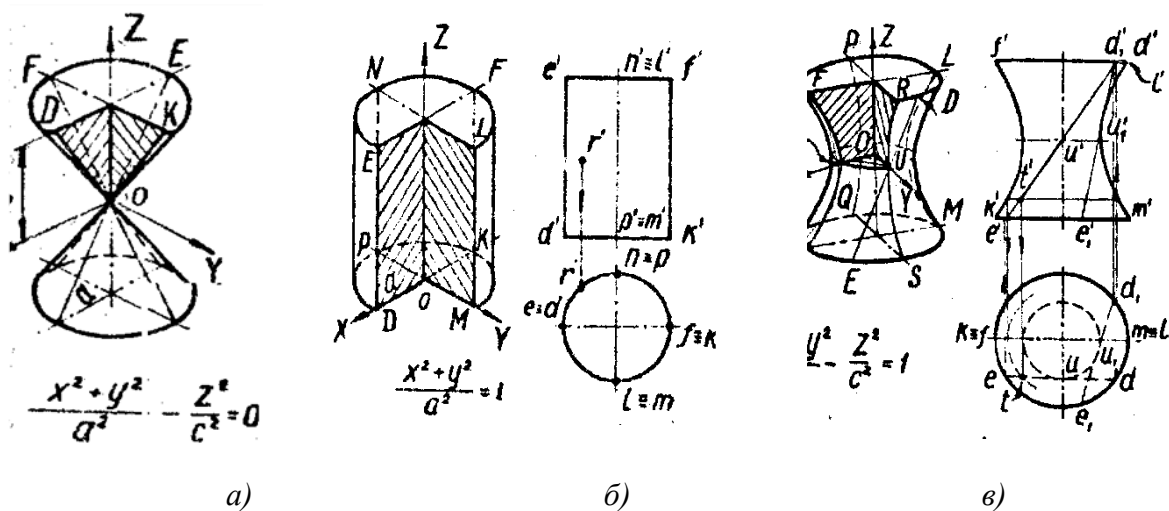


Рис. 4

Поверхности вращения нелинейчатые.

К этому классу относят в основном поверхности, образованные вращением кривых второго порядка.

1. Сферу образуют вращением окружности вокруг её диаметра (рис. 5). Любая плоскость пересекает сферу по окружности. Очерк фронтальной проекции сферы называют главным меридианом, очерк горизонтальной проекции – экватором. Проекция точки К, лежащей на поверхности сферы, принадлежат проекциям горизонтальной окружности, проведённой на сфере.

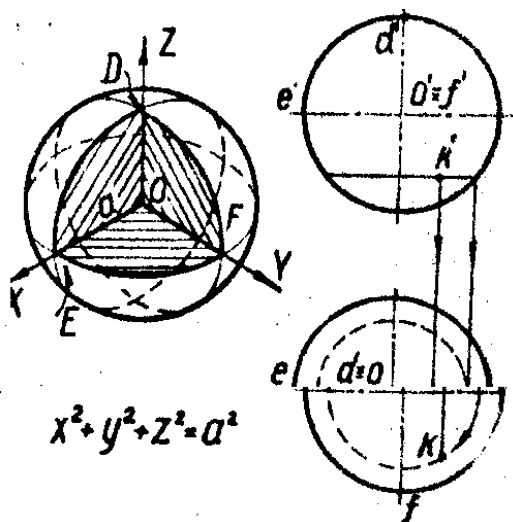


Рис. 5

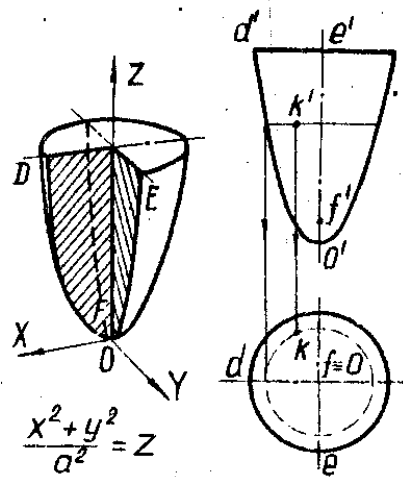


Рис. 6

Сфера образует форму диаграммы направленности антенн, обтекателя и излучателя антенны, головки микрофона, контактов реле и так далее. Сфера является поверхностью положения объекта в пространстве.

2. Двуполостный гиперboloид образуют вращением гиперболы DE вокруг её действительной оси FF1 (рис. 6). Плоскости XOZ и YOZ пересекают его по гиперболам DE и KE; плоскость XOY даёт в сечении мнимую точку O

2. Круговой тор образуют вращением окружности вокруг оси, лежащей в плоскости этой окружности и не являющейся её диаметром. Различают тор-кольцо, когда ось вращения не пересекает образующую окружность, и тор-бочку. В радиотехнике

используют также параболический и эллиптический тор. Торвые поверхности имеют диаграммы направленности антенн, поверхности положения объекта в пространстве, антенны и их обтекатели, волноводы, резонаторы, громкоговорители и т. д.

3. Эллипсоид образуют вращением эллипса вокруг его малой или большой оси. В первом случае получают сжатый (рис. 7, а), а во втором – вытянутый эллипсоиды вращения (рис. 7, б). Форму его имеют зеркала антенн, поверхности положения объекта в пространстве и т. д.

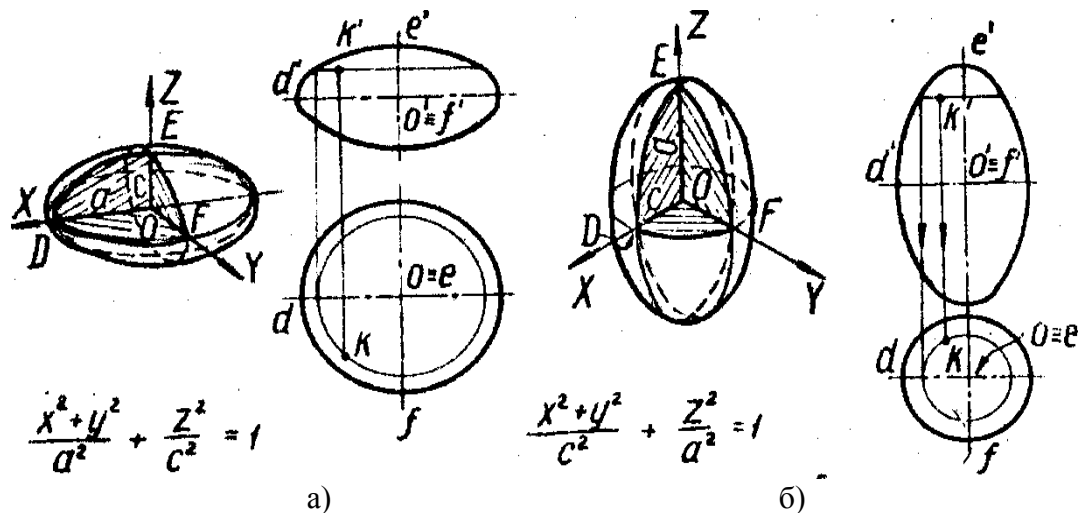


Рис. 7

5. Параболоид образуют вращением параболы вокруг её фокальной оси. Зеркала антенн и лазеров чаще всего изготавливают параболическими.

6. Поверхность вращения общего вида образуют вращением произвольной кривой.

Поверхности с плоскостью параллелизма.

Все поверхности этого класса – линейчатые.

1. Цилиндроид образуют перемещением прямой по двум кривым направляющим, когда образующая остаётся параллельной заданной плоскости. Форму цилиндриоида имеют некоторые объёмные графики, применяемые в теории оптимального регулирования, а также волноводы.

2. Коноид образуют перемещением прямой по кривой линии и прямой, когда образующая остаётся параллельной заданной плоскости. Частным случаем коноида является прямой геликоид, образуемый перемещением прямой по винтовой линии и её оси, когда образующая остаётся параллельной заданной плоскости.

3. Гиперболический параболоид или косую плоскость образуют перемещением прямой по двум скрещивающимся прямым, когда образующая остаётся параллельной некоторой плоскости. Получаемая поверхность имеет седлообразную форму.

Поверхности, задаваемые каркасом.

К ним относятся поверхности, образование которых не подчинено определённому геометрическому закону. Эти поверхности задают каркасом – семейством линий, принадлежащих им и параллельных координатным плоскостям. На рис. 8 изображён объёмный график, используемый в радиотехнике. Поверхность определена кривыми линиями, одно семейство которых (CD) параллельно плоскости XOZ, а другое (AB) – плоскости YOZ. Точка M поверхности определена как точка пересечения кривых AB и CD.

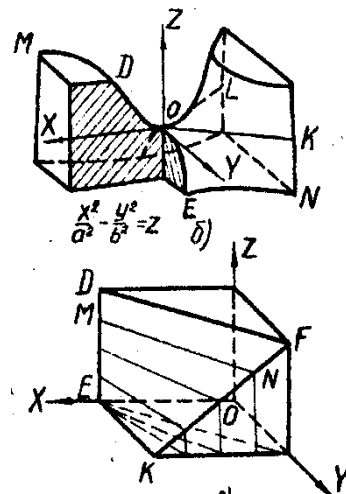


Рис. 8